TITLE:
車の流れにおける膨脹衝撃波 (流体力学における非定常問題)

AUTHOR(S):
肥田, 金三

CITATION:
肥田, 金三. 車の流れにおける膨脹衝撃波 (流体力学における非定常問題). 数理解析研究所講究録 1972, 139: 107-112

ISSUE DATE:
1972-04

URL:
http://hdl.handle.net/2433/106653

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
139巻 1972年 107-112

車の流れにおける膨脹衝撃波

大阪府大工　肥田金三

§1. 基本図形

本来，離散的な分子の集団である流体が連続体として取扱えるのは，粒子の数が十分多い上に，個々の分子間の相互作用に法則性があって統計的平均が意味を持つためと考えられる。道路上を走る車の流れをこの点からみると，走路がせいぜい数車線に限られているため前方にある車の影響が大きく後方の車に効いてきて，いわば，平均自由行路の短かい一自由度の流れとなっており，その上，相互作用に機械的要因の占める割合が相当に大きいため何等かの法則性の存在が予想される。車の流れを連続流として運動学的に取上げる考え方は Lighthillの啓蒙的な論文[1]に負うところが多い。

流れを巨視的に捕える基本量として

平均の速さ（空間的平均）　u　（距離／時間）

車の密度　k　（台数／距離）

通過流量　　q　(台数/時間)

を適当に定義すると

$$u = q/k \qquad (1)$$

の関係が成り立つ。

車と運転者の分布状態がほぼ同じになる集団に対しては、同じ道路状態の下で k と u との間に一義的な関係があると仮定すると、k を横軸, q を縦軸に取って図1のような基本図形がえられる。

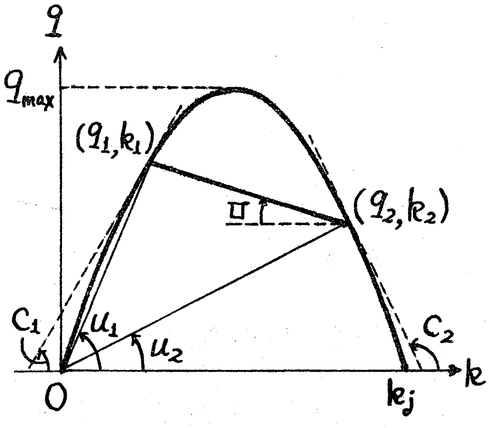

図 1

容易に示されるように,[1),2),3)] 非定常な車の流れの中で密度が一定の状態は

$$c = dq/dk = u + k\cdot(du/dk) < u \qquad (2)$$

の早さで流れの中を伝わり, また, 密度の不連続的に変る衝撃波に相当する波は

$$U = \frac{\Delta q}{\Delta k} = \frac{q_1 - q_2}{k_1 - k_2} \qquad (3)$$

の早さで流れの中を伝わるが, (1)〜(3)は基本図形の中で簡単な幾何学的解釈ができる。

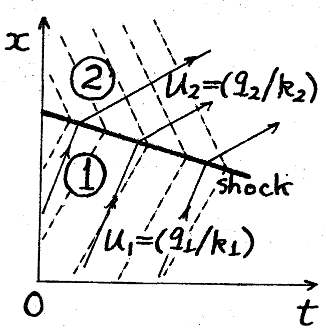

図 2

図2は衝撃波を通る流れの例で，衝撃波の両側が一様な場合である。実線は車の径路を，点線は k＝一定の波の波線を示している。

図1と図2の間に密切な幾何学的関係のあることは，流体力学で二次元定常流のときのホドグラフ面と物理面との間の対応を考え合せると興味深い。

基本図形が実際に存在するかどうかは流れの流体モデルの成否に関わっているが，トンネルや橋などについて自動車で行われた観測では k のかなりの範囲にわたって一つの極値をもった曲線が得られている。これに反し，ヒトの集団の流れの観測ではバラツキが大きすぎて一つの曲線にまとめることができないが，これは動きに二次元性のあることや情報伝達手段が多くあるため相互作用が複雑すぎるからであろう。

§2. 膨脹衝撃波

車の流れにおける確実な保存法則は車の台数に関する連続法則だけである。基本図形の存在を仮定することは運動方程式の積分を用いたことに相当するので，衝撃波の前後の状態は，基本図形上の二点を (3) の関係でつなぐだけでよい。特に，流体力学で用いられるエントロピーに対応する概念は存在しないので，車の流れでは圧縮衝撃波と共に，膨脹衝撃波

も存在する筈である。以下には二つの例についてこれを示そう。

(i) 狭隘部（Bottle-neck）の通過

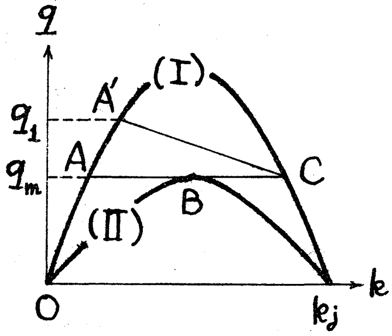

図 3

道路の一部が未舗装であったり，上り勾配などのために最大流量がへっている場合を考えよう。図3の(I),(II)がそれぞれ主道路，Bottle-neck部の基本図形であるとし，(II)に対する最大流量 q_m の流れがあるときを考える。

図から明らかなように A→B→A となるためには B.N.部の入口で圧縮衝撃波，出口で膨脹衝撃波を必要とし，実際上はB.N.部の終りで不連続的な加速を余儀なくされる。（図4(i)）

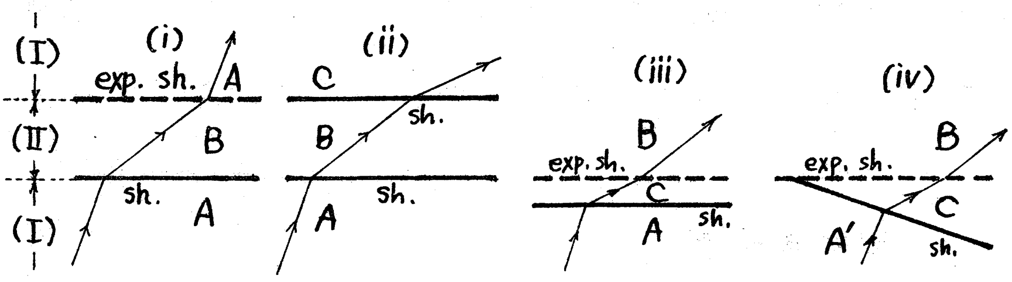

図 4

もっとも図3の A→B→C と通過すると（図4(ii)），二つの圧縮波を越えるだけであるが主道路に再度入ってからの速さは非常に落ちており，目的地に早く達しようとする運転者の習性に反している。この習性を無視すると一般に車の流れでは解の唯一性が無く，たとえば主道路中に衝撃波をおいた A→C→B→

のような解も考えられる（図４(iii)）。　この解は衝撃波の位置の不定さのために一見奇異にみえるが，実際の流れでは流量が時間的に変動するから，図３の q_m 以上の q_1 の流れが主道路にあるとした場合の解（図４(iv)）の極限と考えると理解できる。

(ii)　超ジャム状態からの信号位置の通過

前の例では二つの基本図形の間の移り変りをみたが，一つの基本図形を用いた場合を考えよう。

通常，基本図形は図１のように上に凸の形が仮定され，完全に車間隔がなくなった状態（ジャム状態）で平均速度が０になるとしている。（図５(i)のＪ点）

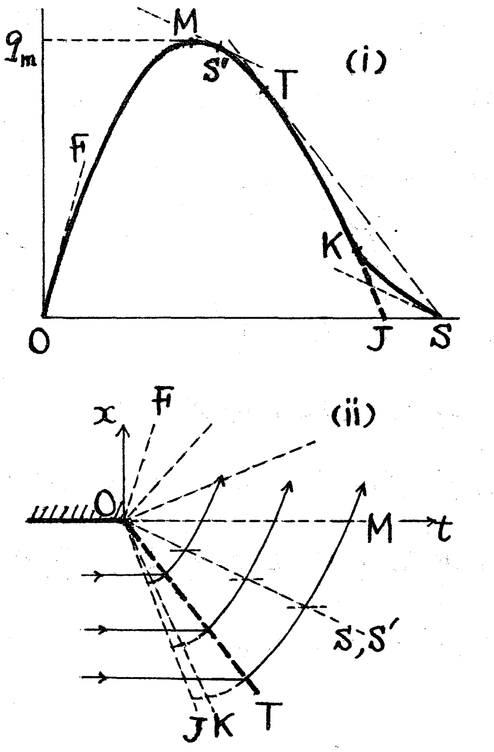

図　５

しかし，日本では車の種類が多く，たとえば三車線道路でも先頭車が信号待ちで停止した際に，後続車が隙間を埋めて四車以上が併列して超ジャム状態（点Ｓ）が出現し，基本図形はＪの少し手前のＫ点からそれて上に凹の部分を持つことも起り得ると考えられる。

信号が緑に変って発進するとき，通常なら O点を中心とし波線 OJ に始まる膨脹波群（expansion fan）が生じ，次第に加速して信号機位置 OM で最大流量となるのであるが，超ジャム状態では S から基本図形に引いた接線の交点を T とするとき（図5(ii)参照），S→T の膨脹衝撃波を通ってから始めて expansion fan に移っていく。この例では，信号位置を通過するとき OJ から始まる通常の場合と全く同じ流れになっている筈で，個々の車の順序は多少入れ替ったとしても流れ全体からみると全く無意味であることが結論される。

§3. むすび

車の流れを連続媒質の流れとみたとき生じる波には，流体力学では許されない膨脹衝撃波が起り得ることを例示した。交通流を考えるとき，波の基本現象の一つとして考慮しなければならない。

文献

(1) Lighthill, M.J. and Whitham, G.B. : Proc. Roy. Soc. **A**, vol. 229 (1955) p.317.

(2) 肥田金三 : 日本物理学会誌 第23巻 (1968) p.868

(3) 肥田金三 : 日本航空宇宙学会誌 第19巻 (1971) 204号 掲載予定